

Chapitre II – Représentations graphiques de fonctions

I) Notion de fonction :

1) Fonctions :

Définition : Soit D une partie de l'ensemble $\mathbb{R}$. Une fonction f sur D associe à tout nombre réel de D , un unique nombre réel noté $f(x)$. On note :

$$\begin{aligned} D &\rightarrow \mathbb{R} \\ f : x &\rightarrow f(x) \end{aligned}$$

qui se lit : "La fonction définie de D dans $\mathbb{R}$ qui à x associe $f(x)$ "

Ensemble de définition :

L'ensemble D correspondant à f est généralement noté D_f . On l'appelle l'ensemble de définition de f .

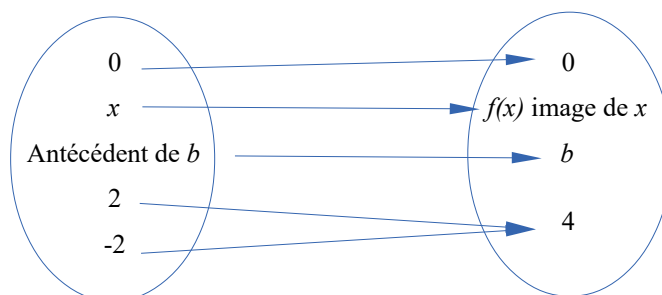
Image et antécédent :

Définition :

- Le nombre $f(x)$ associé à x est appelé **l'image** du nombre x .
- Le nombre x est appelé **l'antécédent** du nombre $f(x)$.

Exemple : Prenons la fonction carré $g : x \rightarrow x^2$:

$4 = 2^2$ est l'image de 2 par g
 $4 = (-2)^2$ est aussi l'image de -2 par g
-2 est un antécédent de 4 par g



2) Représentation graphique :

Définition : Soit un repère du plan. On appelle **courbe représentative** C_f de la fonction f , l'ensemble des points M de coordonnées $(x; y)$ où :

l'abscisse appartient à l'ensemble de définition D

l'ordonnée y est l'image de x par f , c'est à dire $f(x) = y$.

Donc, un point M de coordonnées $(x; y)$ appartient à (C_f) **si et seulement si** $f(x) = y$

II) Résolution graphique d'équations et d'inéquations :

1) Equation $f(x) = k$:

Soit f une fonction définie sur un domaine D_f . Soit k , un nombre réel.

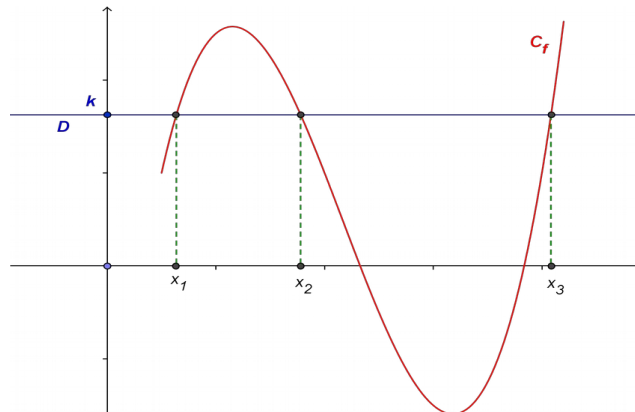
Méthode : On observe la courbe représentative de f .

Résoudre $f(x) = k$, c'est trouver les antécédents de k qui se lisent sur l'axe des ordonnées.

On trace donc la droite horizontale d'équation $y = k$ (c'est à dire la droite (D) parallèle à l'axe des abscisses dont l'ordonnée est k), et on observe les éventuels points d'intersection entre C_f et (D) . Les solutions se lisent sur l'axe des abscisses.

Remarque : Si C_f et (D) ne se coupent pas, il n'y a pas de solution. Si elles se coupent, les solutions que l'on lit sont approchées.

Exemple : Sur l'exemple suivant, il y a 3 solutions x_1 , x_2 et x_3 :



2) Inéquation $f(x) \geq k$ (ou $f(x) \leq k$) :

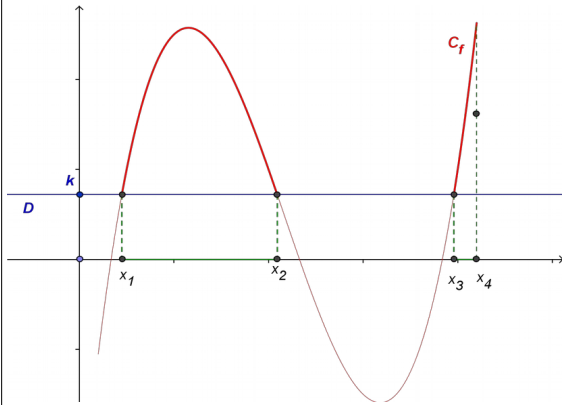
Soit f une fonction définie sur un domaine D_f . Soit k , un nombre réel.

Méthode : On observe la courbe représentative de f .

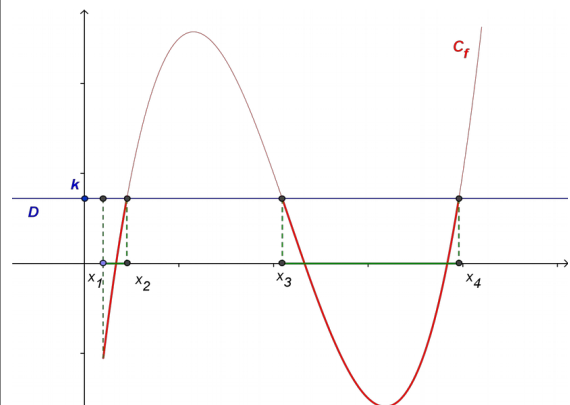
Résoudre $f(x) > k$, c'est trouver les antécédents des points d'ordonnées plus grandes que k .

On trace donc la droite horizontale d'équation $y=k$, et on observe les points de C_f au dessus de (D) . Les solutions se lisent sur l'axe des abscisses sous forme d'intervalles.

Exemple : Les solutions de l'inéquation $f(x) \geq k$ se trouvent dans les intervalles $[x_1, x_2]$ ou $[x_3, x_4]$:



Exemple : Les solutions de l'inéquation $f(x) \leq k$ se trouvent dans les intervalles $[x_1, x_2]$ ou $[x_3, x_4]$:



3) Positions relatives de deux courbes :